

University of Groningen

## Geometry of torus bundles in integrable Hamiltonian systems

Lukina, Olga

**IMPORTANT NOTE:** You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

*Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*

2008

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*

Lukina, O. (2008). *Geometry of torus bundles in integrable Hamiltonian systems*. s.n.

### Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

### Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

# Samenvatting

We bestuderen de globale eigenschappen van Lagrangiaanse bundels, oftewel symplectische  $n$ -torusbundels met Lagrangiaanse vezels, zoals deze voorkomen in integreerbare Hamiltoniaanse systemen. We zijn vooral geïnteresseerd in obstructies tegen trivialiteit, in classificatie en in manifestaties van globale invarianten in fysische voorbeelden van klassieke en kwantum systemen.

In Hoofdstuk 1 herhalen we de theorie van obstructies tegen trivialiteit, in het bijzonder monodromie, en ook de daarop volgende classificatieproblemen waarvoor de Chern- en Lagrangeklasse belangrijk zijn. Een integreerbaar Hamiltoniaans systeem kan meetkundig beschouwd worden als een torusbundel met een symplectische structuur op de totale ruimte, waarvan de vezels Lagrangiaans zijn, wat betekent dat hun raakruimte maximaal isotroop is met betrekking tot de symplectische structuur. De Liouville-Arnold integreerbaarheidsstelling impliceert dat een integreerbaar Hamiltoniaans systeem een lokaal triviale bundel is en symplectische coördinaten heeft die actie-hoekcoördinaten genoemd worden. Een natuurlijke vraag is of deze coördinaten globaal bestaan. Duistermaat introduceerde twee invarianten die het falen meet van zulke coördinaten om globaal te bestaan, namelijk de Lagrangeklasse en de monodromierepresentatie. De monodromierepresentatie is triviaal dan en slechts dan als er globale actiecoördinaten bestaan; de symplectisch duale coördinaten - de hoekcoördinaten - bestaan precies dan wanneer de Lagrangeklasse daarenboven ook triviaal is. Een volgende natuurlijke vraag is of de Lagrangeklasse en de monodromierepresentatie de integreerbare Hamiltoniaanse systemen volledig classificeert. Nguyen bewees dat monodromie volledig bepaald is door de geheeltallige affine structuur op de basisruimte van de bundel en dat bundels met vaste geheeltallige affine structuur worden geclassificeerd door de Lagrange klasse. In Hoofdstuk 1 voegen we nieuwe meetkundige bewijzen toe en verhelderen we bepaalde aspecten van de classificatie resultaten van Duistermaat en Nguyen. In het bijzonder wordt de relatie met de geheeltallige affine structuur en de monodromie in detail uitgelegd en we geven een voorbeeld van symplectische bundels met dezelfde monodromie maar met verschillende affine structuren. Een expliciet voorbeeld van topologisch equivalente torusbundels met niet-isomorfe symplectische structuren wordt geconstrueerd, oftewel torusbundels over dezelfde basisruimte met dezelfde Chernklasse maar met verschillende Lagrangeklassen.

Hoofdstuk 2 behandelt manifestaties van globale invarianten van integreerbare Hamiltoniaanse systemen in een voorbeeld van een fysisch systeem. Het is reeds bekend dat monodromie bepaalde fenomenen in gezamenlijke spectra van atomen verklaart. We beschouwen integreerbare benaderingen van het waterstofatoom in zwakke statische externe elektrische en magnetische velden. Dit is een voortzetting van eerder werk van Cushman, Zhilinskii, Sadovskii en Efstathiou, die een kader gaven om alle storings van het waterstofatoom te classificeren en het concept van resonante zone introduceerden. In Hoofdstuk 2 voeren we een gedetailleerde studie uit van de  $1 : 1$  resonante zone, die correspondeert met bijna-orthogonale velden. We tonen aan dat het systeem van het verstoorde waterstofatoom voor

bepaalde domeinen van parameters monodromie geeft, die zichtbaar is in het spectrum van het gekwantiseerde systeem.